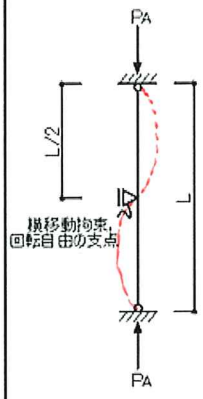
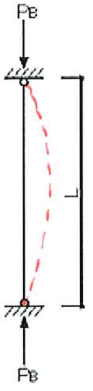
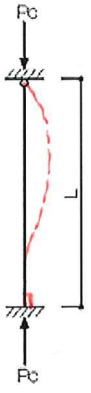
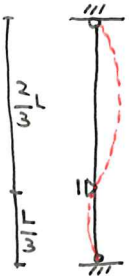
１シリーズ（柱の座屈長さの理論解）

問題コード 14031

図のような支持条件で同一材質からなる柱A，B，Cの弾性座屈荷重の理論値 P_A，P_B，P_C の大小関係を求めよ．ただし，柱A，B，Cの材端の水平移動は拘束されており，それぞれの断面二次モーメントは I，2I，3I とし，面外方向の座屈については無視するものとする．

柱	A	B	C
支持条件			
断面2次モーメント	I	2I	3I



L_k　　$\frac{L}{2}$　　L　　$0.7L$　　$\frac{2}{3}L$ ← Point

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2}$$

$$P_A = \frac{\pi^2 E \cdot I}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P_B = \frac{\pi^2 E \cdot 2I}{L^2} = \frac{2\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P_C = \frac{\pi^2 E \cdot 3I}{(0.7L)^2} = \frac{3\pi^2 EI}{0.49L^2} \fallingdotseq \frac{6\pi^2 EI}{L^2}$$

$$\therefore P_B < P_A < P_C.$$

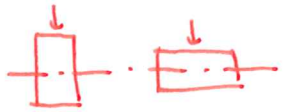
問題コード 21061

図のような支持条件及び断面で同一材質からなる柱A，B，Cにおいて，中心圧縮の弾性座屈荷重の理論値P_A，P_B，P_C の大小関係を求めよ．ただし，図中における寸法の単位はcmとする．

柱	A	B	C
支持条件	P_A … L … P_A 両端ピン（水平移動拘束）	P_B … L … P_B 両端ピン（水平移動拘束）	P_C … L … P_C 両端ピン（水平移動拘束）
断面	強軸 10 / 15 / 10 10 10 10	10 / 35 / 10 5 10 5	37.5 20 弱軸

$$P_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

I：弱軸方向の断面二次モーメント．



強軸　弱軸

↓

「02. 断面の性質」インプットのコツ「基準軸」の説明を参照して下さい．

材質，柱の長さ，拘束条件が同じ → 座屈長さLkは同じ

↓

この問題における座屈荷重の大小関係は，A～Cの弱軸方向の断面二次モーメントの大小関係と比例する．

この問題のポイント．

断面二次モーメント I

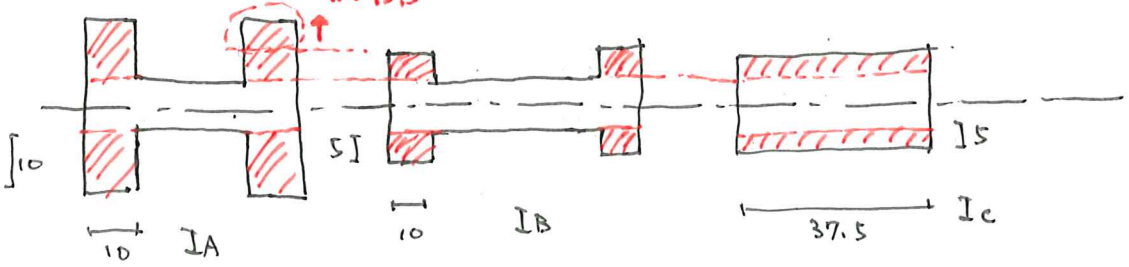


$$I=\frac{B\cdot D^3}{12}$$

「基準軸と平行」×「基準軸と直交」の3乗

→ 基準軸を横においた図で考える (Point)．

影響度は大きい．



$10\times10\times2=200$　　$10\times5\times2=100$　　$37.5\times5=187.5$

$I_A > I_C > I_B \rightarrow P_A > P_C > P_B$．

解説：

弾性座屈荷重をP_Kとすると，$P_K = \dfrac{\pi^2 EI}{L_K^2} = \pi^2 E \dfrac{I}{L_K^2}$　となる．

$\pi^2 E$ は共通であるため，弾性座屈荷重の大小関係は，$\dfrac{I}{L_K^2}$ の値で決まる．

また，柱の長さ及び支持条件が同一であるため，座屈長さL_Kは等しくなる．

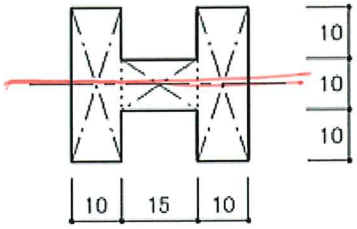
よって，基準軸（弱軸）に関する断面二次モーメントIの大小関係が弾性座屈荷重P_Kの大小関係となる．

柱Aの断面二次モーメントをI_Aとすると，

$$I_A = \frac{15 \times 10^3}{12} + \frac{10 \times 30^3}{12} \times 2$$

$$= \frac{15{,}000 + 540{,}000}{12}$$

$$= \frac{555{,}000}{12} \ \text{cm}^4$$



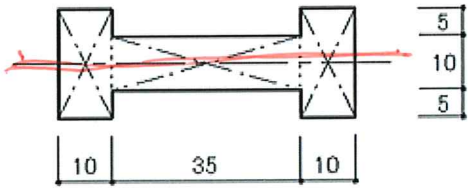
A

柱Bの断面二次モーメントをI_Bとすると，

$$I_B = \frac{35 \times 10^3}{12} + \frac{10 \times 20^3}{12} \times 2$$

$$= \frac{35{,}000 + 160{,}000}{12}$$

$$= \frac{195{,}000}{12} \ \text{cm}^4$$

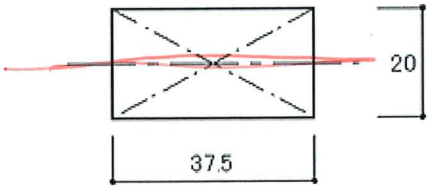


B

柱Cの断面二次モーメントをI_Cとすると，

$$I_C = \frac{37.5 \times 20^3}{12}$$

$$= \frac{300{,}000}{12} \ \text{cm}^4$$



C

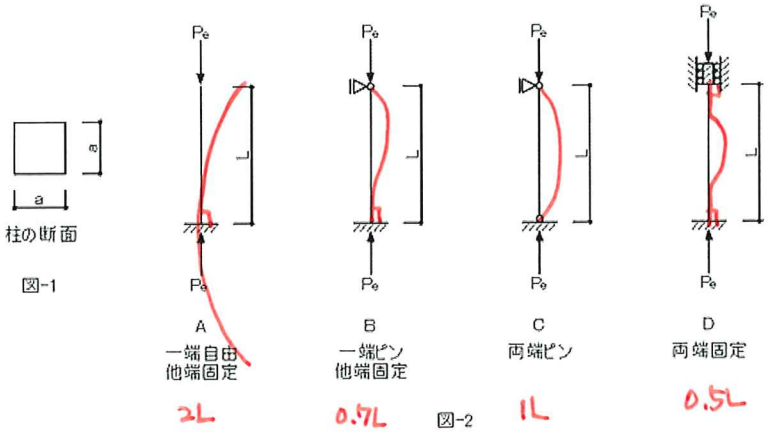
よって，$I_A > I_C > I_B$であるので，$P_A > P_C > P_B$となる．

解答：　$P_A > P_C > P_B$

問題コード 24061

中心圧縮力が作用する図-1のような正方形断面の長柱の弾性座屈荷重P_eに関する次の記述のうち，最も不適当なものはどれか．ただし，柱は全長にわたって等質等断面とし，柱の長さ及び材端条件は図-2のAからDとする．

$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{L_k^2}$



1. P_eは，柱の材端条件が，Aの場合よりBの場合のほうが大きい．
2. P_eは，柱の材端条件が，Cの場合よりDの場合のほうが大きい．
3. P_eは，柱の材端条件が，Cの場合よりAの場合のほうが大きい．
4. P_eは，柱の幅 a の四乗に比例する．

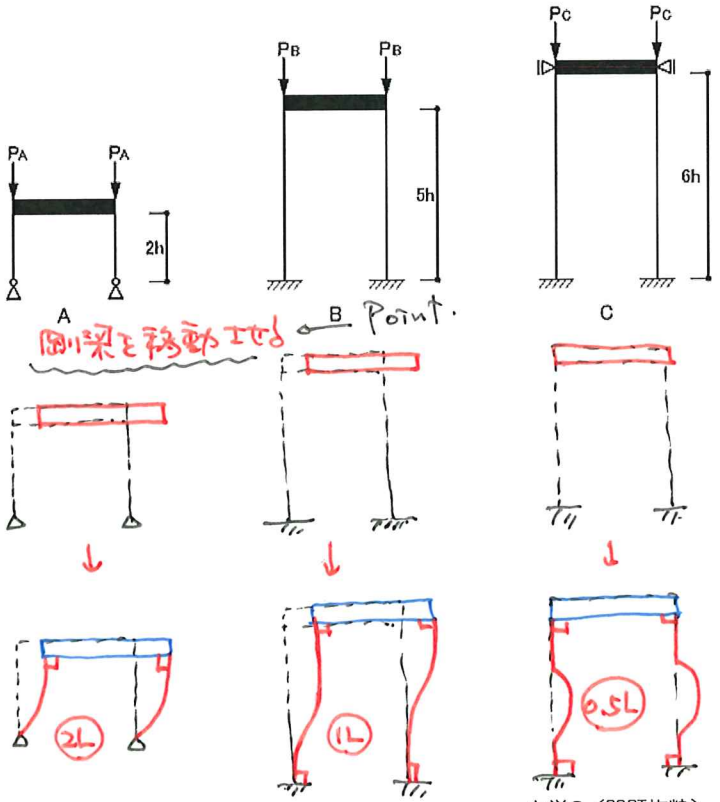
$I = \dfrac{a \times a^3}{12} = \dfrac{a^4}{12}$

2 シリーズ（ラーメン架構の座屈長さ）

問題コード 29061

図のような構造物A，B，C の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A，P_B，P_C としたとき，それらの大小関係を求めよ．ただし，全ての柱は等質等断面で，梁は剛体であり，柱及び梁の自重，柱の面外方向の座屈は無視する．

$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{L_k^2}$



$L_A = 2 \times 2h = 4h$

$L_B = 1 \times 5h = 5h$

$L_C = 0.5 \times 6h = 3h$

より

$L_C < L_A < L_B$

$\therefore P_C > P_A > P_B$

2'シリーズ（梁の変形を考慮したラーメン架構の座屈長さ）

$P_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{Lk^2}$

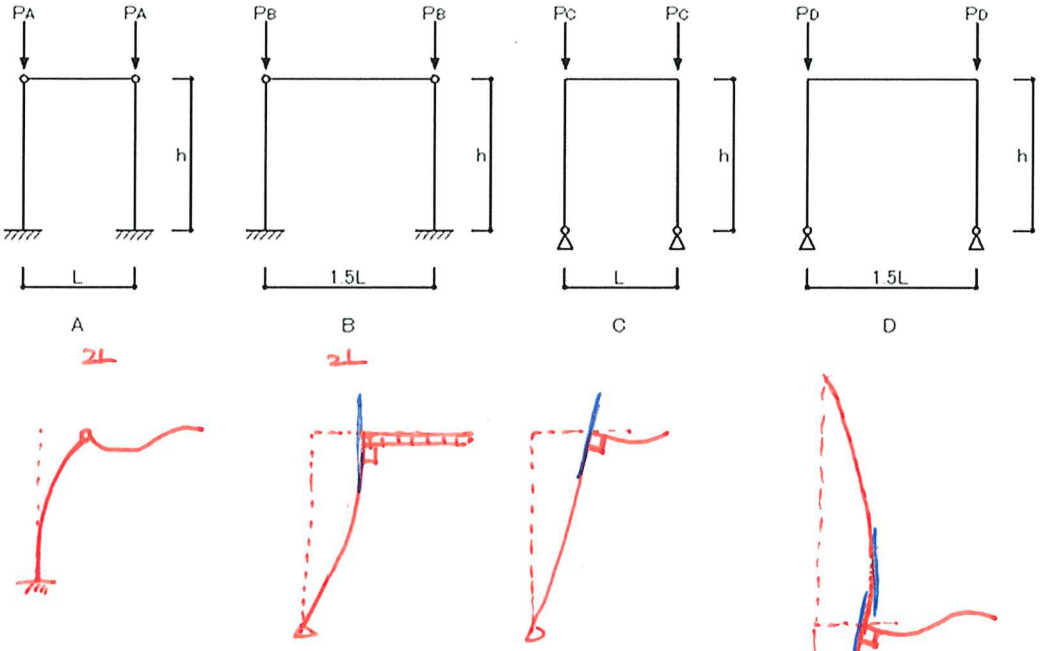
難

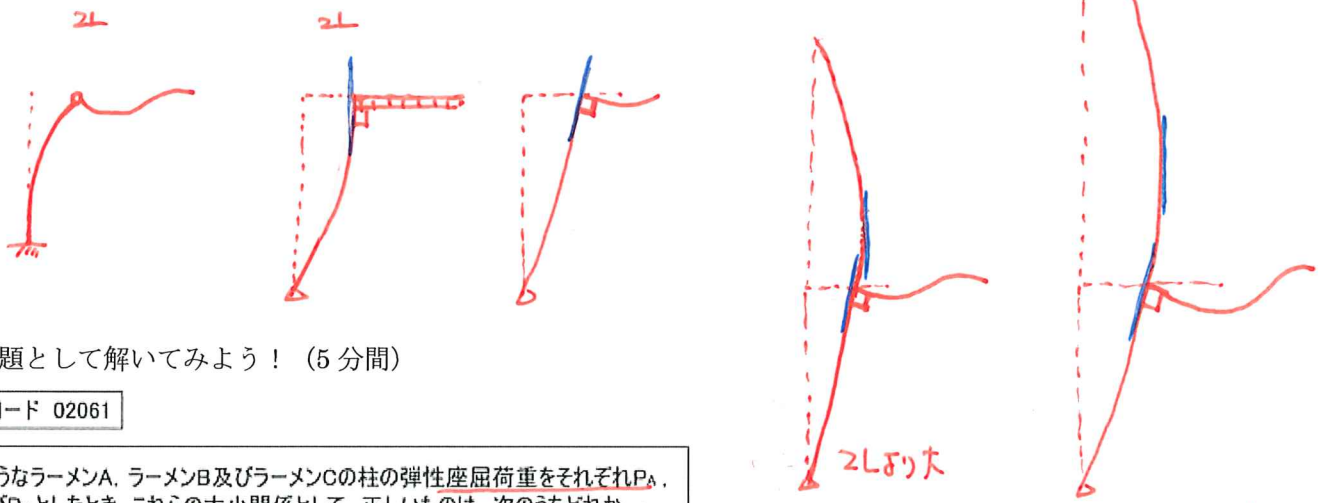
問題コード 19061

図のような構造物A，B，C，Dの柱の弾性座屈荷重をそれぞれP_A，P_B，P_C，P_Dとしたとき，それらの大小関係を求めよ．ただし，すべての柱及び梁は等質等断面であり，「柱及び梁の重量」及び「柱の面外方向の座屈及び梁の座屈」については無視するものとする．

$L_A = L_B = 2h < L_C < L_D$

$P_A = P_B > P_C > P_D$



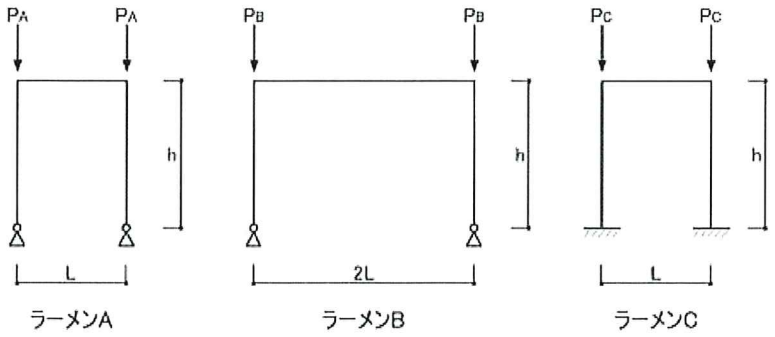


演習問題として解いてみよう！（5 分間）

難

問題コード 02061

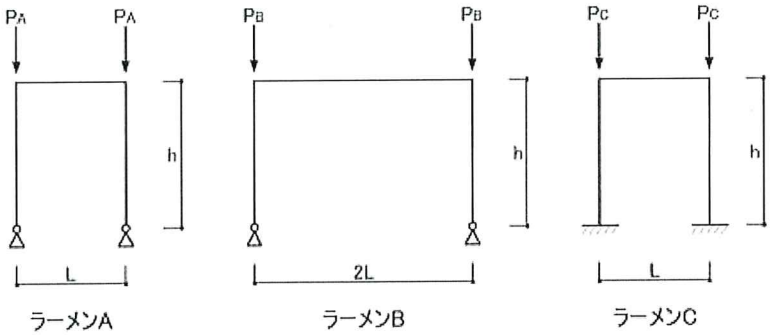
図のようなラーメンA，ラーメンB及びラーメンCの柱の弾性座屈荷重をそれぞれP_A，P_B 及びP_Cとしたとき，これらの大小関係として，正しいものは，次のうちどれか．ただし，全ての柱及び梁は等質等断面の弾性部材であり，「柱及び梁の重量」及び「柱の面外方向の座屈及び梁の座屈」については無視するものとする．



1. $P_A = P_C > P_B$
2. $P_B > P_A > P_C$
3. $P_C > P_A = P_B$
4. $P_C > P_A > P_B$

問題コード 02061

図のようなラーメンA，ラーメンB及びラーメンCの柱の弾性座屈荷重をそれぞれP_A，P_B 及びP_Cとしたとき，これらの大小関係として，正しいものは，次のうちどれか．
ただし，全ての柱及び梁は等質等断面の弾性部材であり，「柱及び梁の重量」及び「柱の面外方向の座屈及び梁の座屈」については無視するものとする．



ラーメンA　ラーメンB　ラーメンC

1. $P_A = P_C > P_B$
2. $P_B > P_A > P_C$
3. $P_C > P_A = P_B$
4. $P_C > P_A > P_B$

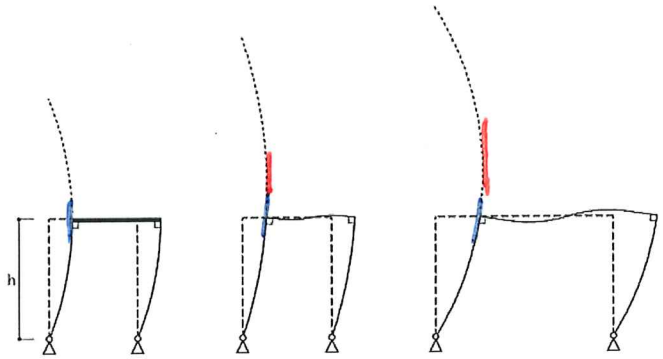
解説：

弾性座屈荷重を P_k とすると，

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} = \pi^2 EI \times \frac{1}{L_k^2} = k \times \frac{1}{L_k^2}$$ となる．

k は共通の定数であるため弾性座屈荷重の大小関係は $\frac{1}{L_k^2}$ の値で決まる．

ラーメンAとラーメンBについては，梁が剛体であれば座屈長さはともに $L_k = 2h$ となるが，ラーメンA，ラーメンBともに梁は剛体でないため，ともに座屈長さは 2h より長くなる．
梁は，等質等断面であるので，ラーメンAより梁の長さの長いラーメンBの方が梁の曲げ変形が大きくなるため，ラーメンBの柱の座屈長さの方がラーメンAより長くなる．



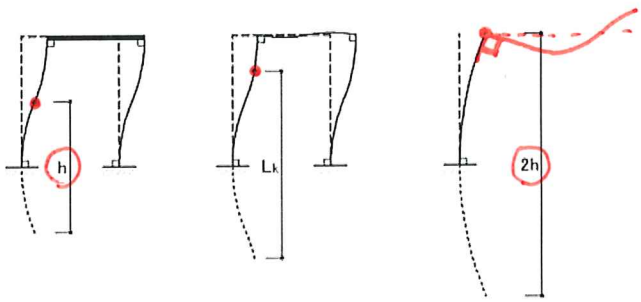
梁が剛体　ラーメンA　ラーメンB

$L_k = 2h$　　$2h < {}_A L_k < {}_B L_k$

ラーメンCについては，梁が剛体であれば座屈長さは $L_k = h$ となり，梁の剛性が 0（柱頭自由）であれば $L_k = 2h$ となるが，ラーメンCは梁の剛性はその間にあるので，座屈長さ ${}_C L_k$ は，

$h < {}_C L_k < 2h$

となる．



よって，

座屈長さは，${}_C L_k < 2h < {}_A L_k < {}_B L_k$ となるので，
座屈荷重は，$P_C > P_A > P_B$ となる．

解答：4