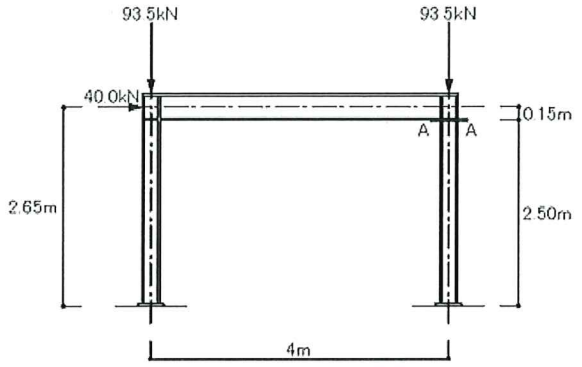
力学２（応力度の過去問題）

１シリーズ（σc，σb）

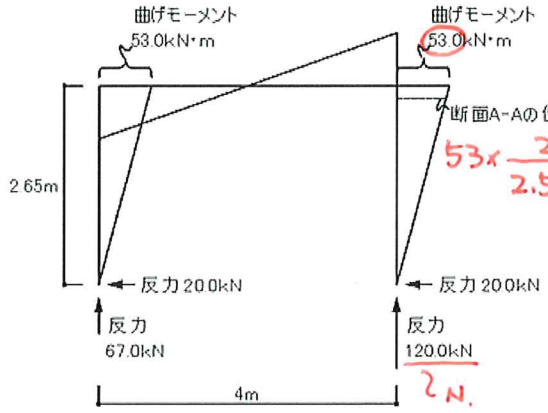
問題コード 15171

図−1のような荷重を受ける鉄骨構造による門形ラーメンにおいて，曲げモーメント及び柱脚の反力が図−2のように求められている．曲げと軸方向力との組合せにより，柱の断面A−Aに生じる圧縮応力度の最大値に最も近いものは，次のうちどれか．ただし，条件は，イ〜ニのとおりとする．

条件
イ．断面A−Aは，はりのフランジの下端であり，柱脚からの高さ2.5mの位置にあるものとする．
ロ．柱は，断面積$6.0\times10^{3}mm^{2}$，断面係数$5.0\times10^{5}mm^{3}$とする．
ハ．柱脚は，ベースプレート位置において，ピン支承とする．
ニ．柱及びはりの質量の影響は，無視するものとする．



図−1



図−2

1. 70 N/mm²
2. 80 N/mm²
3. 100 N/mm²
4. 116 N/mm²
5. 120 N/mm²

$53\times\frac{2.5}{2.5+0.15}=50$ kN·m

圧縮を「−」，引張を「+」とすると

$\sigma = \sigma_c + \sigma_b$

$= -\frac{N}{A} - \frac{M}{Z}$

$= -\frac{120\times10^{3}}{6.0\times10^{3}} - \frac{50\times10^{6}}{5.0\times10^{5}}$

$= -20 - 100$

$= -120$ N/mm²

※ 120 kN = 120×1000 N = 120×10^{3} N.

50 kN·m = 50×1000 (N)×1000 (mm)

= 50×10^{6} N·mm

(1k = 1000，1m = 1000 mm)

問題コード 17011

図-1 のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心G点に荷重P及び荷重Q が作用するときの底部 a-a 断面における垂直応力度分布が図-2 に示されている. P と Q との組合せとして, 正しいものは, 次のうちどれか. ただし, 矩形断面材は等質等断面とし, 自重はないものとする.

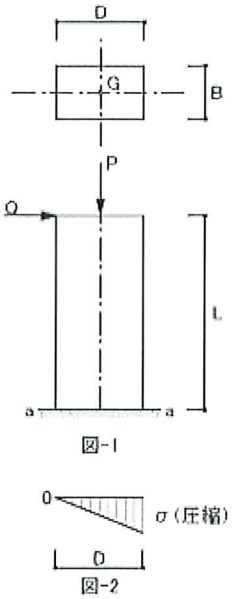
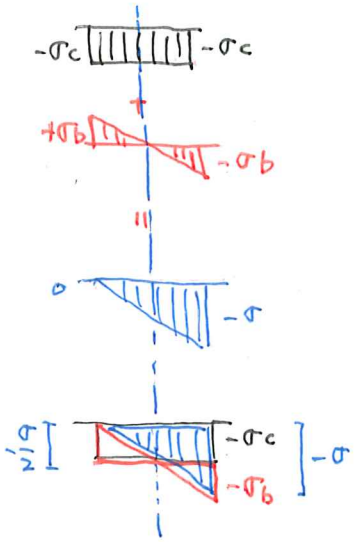


図-1

図-2

	P	Q
1.	$\frac{\sigma BD}{4}$	$\frac{\sigma BD^2}{4L}$
2.	$\frac{\sigma BD}{4}$	$\frac{\sigma BD^2}{6L}$
3.	$\frac{\sigma BD}{4}$	$\frac{\sigma BD^2}{12L}$
4.	$\frac{\sigma BD}{2}$	$\frac{\sigma BD^2}{6L}$
⑤	$\frac{\sigma BD}{2}$	$\frac{\sigma BD^2}{12L}$

別解.



$-\sigma_c = -\frac{P}{A} = -\frac{\sigma}{2}$

$\frac{P}{BD} = \frac{\sigma}{2}$

$P = \frac{BD \cdot \sigma}{2}$

$\sigma_b = \frac{M}{Z} = \frac{\sigma}{2}$

$\frac{QL}{\frac{BD^2}{6}} = \frac{\sigma}{2}$

$QL = \frac{BD^2}{6} \cdot \frac{\sigma}{2}$

$Q = \frac{BD^2 \cdot \sigma}{12L}$

問題コード 26011

図-1のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心G点に鉛直荷重P及び水平荷重Q が作用するときの底部 a-a 断面における垂直応力度分布が, 図-2に示されている. P と Q との組合せとして, 正しいものは, 次のうちどれか. ただし, 矩形断面材は等質等断面で, 自重は考慮しないものとする.

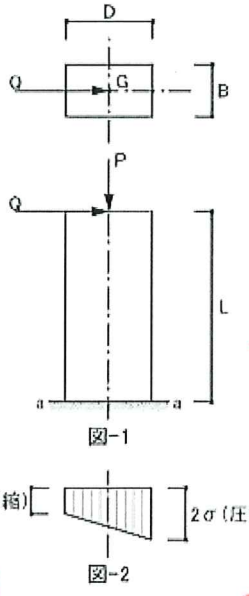
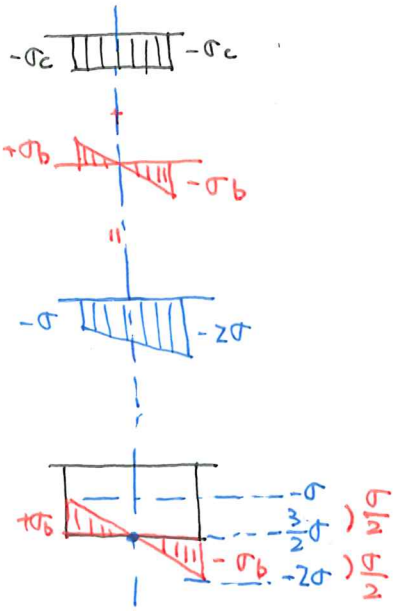


図-1

図-2

	P	Q
1.	$BD\sigma$	$\frac{BD^2}{12L}\sigma$
2.	$BD\sigma$	$\frac{BD^2}{6L}\sigma$
③	$\frac{3}{2}BD\sigma$	$\frac{BD^2}{12L}\sigma$
4.	$\frac{3}{2}BD\sigma$	$\frac{BD^2}{6L}\sigma$

別解.



$-\sigma_c = -\frac{P}{A} = -\frac{P}{BD} = -\frac{3}{2}\sigma$

$P = \frac{3}{2}BD \cdot \sigma$

$\sigma_b = \pm\frac{M}{Z} = \pm\frac{QL}{\frac{BD^2}{6}} = \pm\frac{\sigma}{2}$

$Q = \frac{BD^2}{6L} \times \frac{\sigma}{2} = \frac{BD^2 \cdot \sigma}{12L}$

・連立方程式の解き方.

代入法

$x+y=3 \cdots ①$

$x-y=1 \cdots ②$

①より $x=3-y$

②に代入すると

$(3-y)-y=1$

$-2y=1-3$

$-2y=-2$

$y=1.$

①に代入すると

$x+1=3$

$x=2.$

加減法

$x+y=3 \cdots ①$

$x-y=1 \cdots ②$

①+②より

$x+y+(x-y)=3+1$

$2x=4$

$x=2$

①-②より

$x+y-(x-y)=3-1$

$2y=2$

$y=1$

例: 2601の加減法 (ロボット解説)

$-\frac{P}{BD} + \frac{6QL}{BD^2} = -\sigma \cdots ①$

$-\frac{P}{BD} - \frac{6QL}{BD^2} = -2\sigma \cdots ②$

①+②より

$-\frac{2P}{BD} = -3\sigma$

$P = \frac{3}{2}BD\sigma$

①-②より

$+\frac{12QL}{BD^2} = +\sigma$

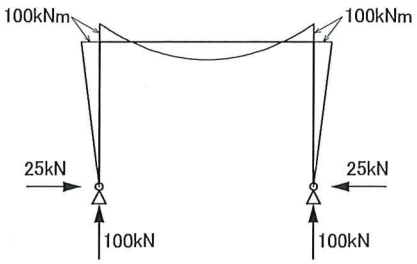
$Q = \frac{BD^2 \cdot \sigma}{12L}$

問題コード 22181

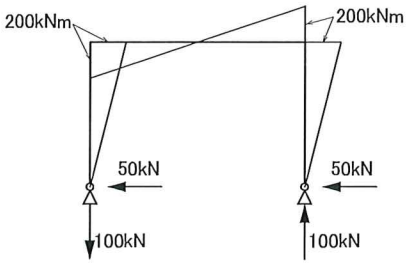
図−1のような鉄骨骨組について、図−2に鉛直荷重時の曲げモーメントと柱脚反力、図−3に地震による水平荷重時の曲げモーメントと柱脚反力を示している．地震時に柱に生じる短期の「圧縮応力度と圧縮側曲げ応力度の和」の最大値を求めよ．ただし、柱は、断面積A＝1.0×10^4 mm^2 、断面係数Z＝2.0×10^6 mm^3 とし、断面検討用の応力には節点応力を用いる．



図−1 骨組形状



図−2 鉛直荷重時（曲げモーメント、柱脚反力）



図−3 水平荷重時（曲げモーメント、柱脚反力）

解説：

圧縮応力度の符号をマイナス（−），引張応力度の符号をプラス（＋）とする．
地震時に柱に生じる短期応力は，鉛直荷重時の応力と，地震による水平荷重時の応力を足し合わせて求める．
圧縮応力度の最大値は，右図より右柱の柱頭であるので，その部分の曲げモーメントと軸方向力による応力度を求める．
鉛直荷重時の軸方向力をN_L，曲げモーメントをM_L，地震による水平荷重時の軸方向力をN_E，曲げモーメントをM_Eとすると，短期時の軸方向力N_S，曲げモーメントM_Sは，

$$N_S = N_L + N_E = -100 - 100 = -200\text{kN}$$
$$= -200\times10^3\ \text{N}$$

$$M_S = M_L + M_E = 100 + 200 = 300\text{kN·m}$$
$$= 300\times10^6\ \text{N·mm}$$

柱の断面積A = 1.0×10^4 mm^2，断面係数Z = 2.0×10^6 mm^2 より，
N_Sによる圧縮応力度σ_cは，

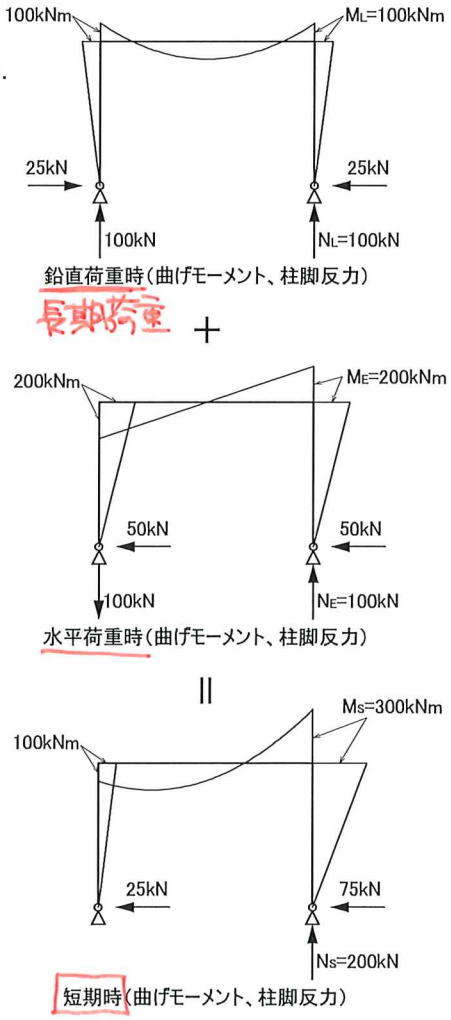
$$\sigma_c = \frac{N_S}{A} = \frac{-200\times10^3}{1.0\times10^4} = -20\ \text{N/mm}^2$$

M_Sによる曲げ応力度σ_bは，

$$\sigma_b = \pm\frac{M_S}{Z} = \pm\frac{300\times10^6}{2.0\times10^6} = \pm150\ \text{N/mm}^2$$

したがって，圧縮応力度の最大値σ_{Max}は，

$\sigma_{Max} = \sigma_c + \sigma_b = -20 - 150 = -170\ \text{N/mm}^2$ となる．



解答： 170 N/mm^2

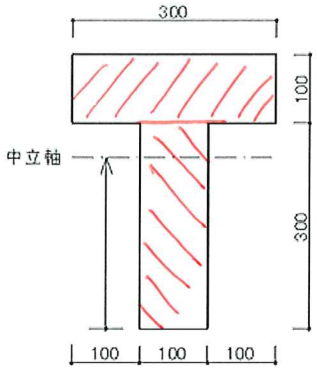
１シリーズ（中立軸位置を求める）

問題コード 01011

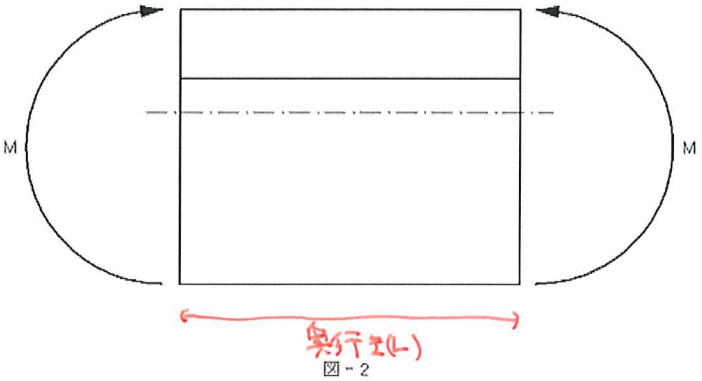
等質で，図-1 のような断面形状の部材に，図-2 のように断面力として曲げモーメント M のみが作用している．この断面の降伏開始曲げモーメントを M_y，全塑性モーメントを M_p とするとき，$M \leqq M_y$ の場合と $M = M_p$ の場合の中立軸の位置の組合わせとして，正しいものは，次のうちどれか．ただし，中立軸の位置は断面下縁から測るものとする．

・降伏開始曲げモーメント My
→資料-2のM2.

・全塑性モーメントMp
→資料-2のMp



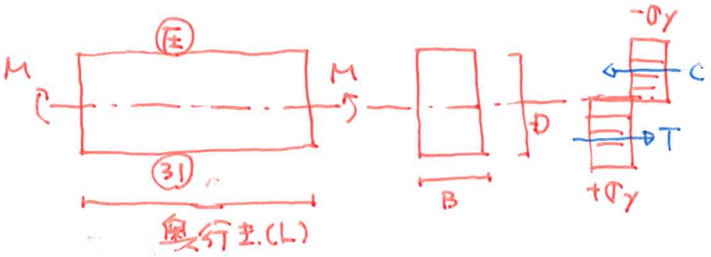
（単位：mm）
図－1



図－2

	$M \leqq M_y$ の場合	$M = M_p$ の場合
1.	200mm	250mm
2.	250mm	200mm
3.	250mm	300mm
4.	300mm	250mm

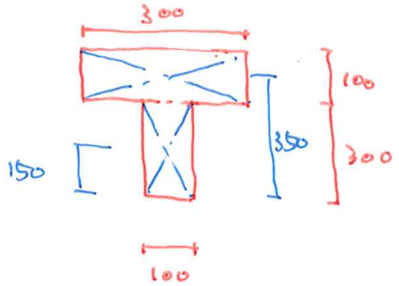
<全塑性モーメントMp>を考える．



・降伏開始曲げモーメントMy以下．
→図心を中心に曲がる
→断面1次モーメントS．
（具体的な計算はロケットアプリの解説を参照のこと）

長方形断面の場合．　$T = C = \sigma_y \times \frac{D}{2} \times B$

全塑性モーメントMp：引張力Tと圧縮力Cは，体積が等しくなる．
→奥行き(L)が等しければ面積が等しい．



下の四角の中心と，上の四角の中心の平均が図心．

$\frac{150+350}{2} = \frac{500}{2} = 250$ mm（下から）．

2シリーズ（N，Mを求める）

問題コード 24011

図-1のような底部で固定された矩形断面材の頂部の図心G点に鉛直荷重P及び水平荷重Qが作用している．底部a-a断面における垂直応力度分布が，図-2のような全塑性状態に達している場合のPとQを求めよ．ただし，矩形断面材は等質等断面とし，降伏応力度は σ_y とする．

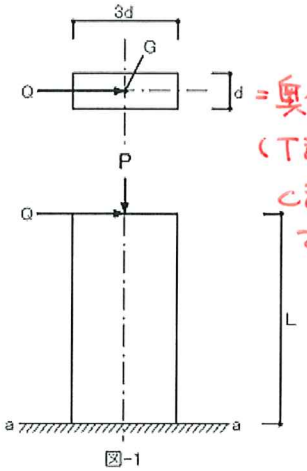


図-1

奥行き＝d
（T計算時，P計算時，C計算時の奥行きはすべてdとなる）

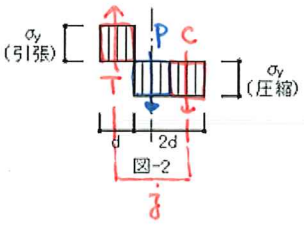


図-2

j

・ポイント

・曲げモーメントによって生じる引張力Tと圧縮力Cの大きさは等しい（偶力の関係）

・大きい圧縮力は，曲げモーメントによる圧縮力Cと圧縮軸力Pの合計値であること．

$T = C = d \times \sigma_y \times d = d^2 \cdot \sigma_y$

$j = 2d$

$M = QL = Tj\ (= Cj)$

$= d^2 \cdot \sigma_y \times 2d$

$= 2d^3 \cdot \sigma_y$

$P = d \times \sigma_y \times d$

$= d^2 \cdot \sigma_y$

$\rightarrow Q = \dfrac{2d^3 \cdot \sigma_y}{L}$

問題コード 30011

図-1 のような等質な材料からなる断面が，図-2 に示す垂直応力度分布となって全塑性状態に達している．このとき，断面の図心に作用する圧縮軸力Nと曲げモーメントMを求めよ．ただし，降伏応力度は σ_y とする．

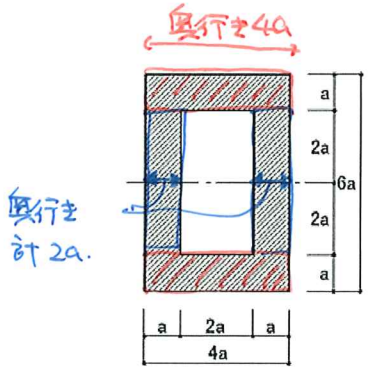


図-1 断面形状

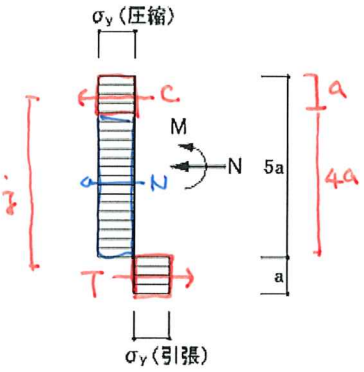


図-2 垂直応力度分布

$T = C = \sigma_y \times 4a \times 4a$

$= 4a^2 \cdot \sigma_y$

$j = 5a$

$M = Tj\ (= Cj)$

$= 4a^2 \cdot \sigma_y \times 5a$

$= 20a^3 \cdot \sigma_y$

$N = \sigma_y \times 4a \times 2a$

$= 8a^2 \cdot \sigma_y$